Scuola Secondaria di Primo Grado COLOGNA VENETA
CLASSE 3 / A

APPUNTI DI
CALCOLO LETTERALE

prof. *Sergio Bravin*

1. MONOMI.

1) DEFINIZIONE DI MONOMIO: Diremo *monomio* il prodotto di fattori numerici e letterali, con questi ultimi elevati a potenze con esponente intero o nullo.

es.: $\left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{5}{4}\right)a^2b^3(-4)x^5a^3$;

$-\frac{6}{7}xyz^4$;

se analizziamo la definizione possiamo considerare monomi anche:

es.: abcy ; $-\frac{4}{7}$

infatti, nel primo caso, anche se non vi sono scritti fattori numerici, lo si può considerare moltiplicato per 1, cioè:

(1) abcy ;

nel secondo caso, tutte le lettere si possono considerare come potenze con esponente nullo, cioè:

$\left(-\frac{4}{7}\right)a^0b^0x^0$ . . . e così via

2**) DEFINIZIONE DI MONOMIO RIDOTTO A FORMA NORMALE**: Diremo che un *monomio* e' *ridotto a forma normale* quando compare un solo fattore numerico ed i fattori letterali sono lettere tutte diverse.

es.: $-\frac{6}{7}xyz^4$; $\frac{3}{5}ab^2c^3$;

PROCEDIMENTO PER RIDURRE UN MONOMIO A FORMA NORMALE:
Per ridurre un monomio a forma normale e' sufficiente moltiplicare tra di loro i fattori numerici e moltiplicare tra di loro le lettere uguali usando la prima proprietà delle potenze. **(P1 :** $a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad \forall\, a, m, n \in \Re - \{0\}$ **)**

es.: $\left(-\frac{1}{8}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}\right) a^2 b^3 a^3 b^4 (-4) a c^3 b^2 = \frac{3}{4} a^6 b^9 c^3$;

NOMENCLATURA:
In un *monomio ridotto a forma normale* il fattore numerico viene detto *coefficiente* mentre il prodotto dei fattori letterali *parte letterale*.

$$\underset{\textit{coefficiente}}{\underset{\uparrow}{-\frac{3}{7}}} \quad \underset{\textit{parte letterale}}{\underset{\uparrow}{a^2 b^3 c x}}$$

3) DEF. DI MONOMIO NULLO: Il numero 0 viene detto *monomio nullo*.

0 : *monomio nullo*

4) DEFINIZIONE DI GRADO RELATIVO AD UNA LETTERA: Diremo grado relativo ad una lettera, *in un monomio ridotto a forma normale e non nullo,* il valore dell'esponente con cui tale lettera compare.

es.: dato il monomio $4\, a^2 b c^4 d^3 y^6$;

grado rispetto alla lettera a = 2
grado rispetto alla lettera b = 1
grado rispetto alla lettera c = 4
grado rispetto alla lettera d = 3
grado rispetto alla lettera y = 6

e rispetto alla lettera x = ?

un monomio e' di grado 0 rispetto a tutte le lettere che non compaiono in esso; quindi la risposta precedente sarà 0 (zero).

<u>5) DEFINIZIONE DI GRADO ASSOLUTO DI UN MONOMIO</u>: Diremo *grado assoluto di un monomio*, o sinteticamente *grado*, di un monomio non nullo e ridotto a forma normale, la somma dei gradi relativi alle singole lettere.

es.: dato il monomio $-2a^2b^3x^2yz^4$

grado = 2+3+2+1+4 = 12

dato il monomio - 4 quale sarà il suo grado?
in base all'esempio fatto nella *definizione di monomio* e alla *definizione di grado relativo ad una lettera* (DEF 4) possiamo scrivere:

$-4a^0b^0x^0...$

per cui grado = 0+...+0 = 0

perciò <u>un numero e' un monomio di grado 0</u> (zero).

<u>Nota Bene</u>: Al monomio nullo non si può attribuire il grado.

<u>6) DEFINIZIONE DI MONOMIO SIMILE</u>: Due o più monomi, non nulli e ridotti a forma normale, si dicono *simili* se hanno la stessa parte letterale (ovvero le stesse lettere con relativi esponenti uguali).

es.: i monomi : $-3a^2b^3z$; $4a^3b^2z$; $2a^3b2^z$;
sono simili perché in essi compaiono le stesse lettere con gli stessi esponenti; la lettera **<u>a</u>** ha sempre esponente 2, **<u>b</u>** sempre esponente 3, **<u>z</u>** sempre esponente 1.
i monomi : $2a^2b^3z^2$; $-3a^2b^3z^4$; $-a^3b^3z^2$;
non sono simili perché, anche se le lettere della parte letterale sono sempre le stesse, cambiano gli esponenti. Infatti la lettera **<u>a</u>** compare con esponenti diversi, e lo stesso **<u>z</u>** .

CASI PARTICOLARI:
Due monomi simili con lo stesso coefficiente sono **UGUALI**.
Due monomi simili con coefficienti opposti si dicono **OPPOSTI**.

2. OPERAZIONI CON I MONOMI.

ADDIZIONE ALGEBRICA.

In generale la somma algebrica di due o più monomi non si potrà che indicare, scrivendo i monomi uno di seguito all'altro e preceduti dal proprio segno.

es.: dati i monomi : $3axy$; $-4a^2x^2y$; $\frac{2}{3}x^3yz$;

la somma sarà : $3axy\ -4a^2x^2y\ +\frac{2}{3}x^3yz$; e non si potrà fare nessun altro calcolo.(Più avanti vedremo che tale scrittura prenderà il nome di *Polinomio*)

Il discorso cambia se i monomi dati sono *simili*. Diamo la seguente definizione:

7) <u>DEFINIZIONE DI ADDIZIONE ALGEBRICA DI MONOMI SIMILI</u>: La somma algebrica di due o più monomi simili è un monomio simile ai dati avente per coefficiente la somma algebrica dei coefficienti.

es.:

$$3ab+2ab-4ab+\frac{3}{2}ab=\left(3+2-4+\frac{3}{2}\right)ab=\frac{6+4-8+3}{2}ab=\frac{5}{2}ab \quad ;$$

Sussistono i seguenti casi particolari (*meditare!!*):
La somma di due monomi uguali e' il doppio di uno dei monomi dati.
La somma di due monomi opposti e' il monomio nullo.

esercizio svolto:

$8xy-2x^2-10xy+5x^2-4x^2=$ (notiamo che vi sono gruppi di monomi simili)

e' conveniente individuarli ponendo dei simboli uguali per ogni gruppo di monomi simili:

$$\underline{8xy}-\underline{\underline{2x^2}}-\underline{10xy}+\underline{\underline{5x^2}}-\underline{\underline{4x^2}}=(8-10)xy+(-2+5-4)x^2=-2xy-x^2 \quad ;$$

MOLTIPLICAZIONE.

8) <u>DEFINIZIONE DI MOLTIPLICAZIONE DI MONOMI</u>: Il prodotto di due o più monomi è un monomio avente per coefficiente il prodotto dei coefficienti e per parte letterale il prodotto delle parti letterali, cioè tutte le lettere che compaiono nei monomi dati, scritte una sola volta, e con esponenti ottenuti applicando la prima proprietà delle potenze.(E' conveniente ordinare alfabeticamente le lettere).

(P1 : $a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad \forall\, a,m,n \in \Re-\{0\}$**)**

es.: $\left(-\frac{3}{2}ab^2x^3y\right)\left(\frac{1}{9}x^2yz^4\right)=-\left(\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{9}\right)ab^2x^{3+2}y^{1+1}z^4=-\frac{1}{6}ab^2x^5y^2z^4$;

DIVISIONE.

9) <u>DEFINIZIONE DI DIVISIONE DI MONOMI</u>: Il quoziente di due monomi (convenientemente ridotti a forma normale) con il monomio divisore non nullo e' un monomio che ha per coefficiente il quoziente dei coefficienti e per parte letterale il quoziente delle parti letterali, cioè le lettere che compaiono nel primo monomio (il dividendo) con esponenti ottenuti applicando la seconda proprietà delle potenze.

(P2 : $a^m : a^n = a^{m-n} \quad \forall\ a, m, n \in \Re - \{0\}$ **)**

es.:

$$\left(5x^3yz^4\right) : \left(-2x^2yz\right) = (5)\left(-\frac{1}{2}\right)x^{3-2}y^{1-1}z^{4-1} = -\frac{5}{2}xz^3$$

$$\left(-\frac{2}{3}abx^2\right) : \left(-\frac{3}{4}a^2x^4y^2\right) = +\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}\right)a^{1-2}bx^{2-4}y^{0-2} = +\frac{8}{9}a^{-1}bx^{-2}y^{-2} = \frac{8b}{9ax^2y^2} \quad ;$$

dal primo esempio possiamo notare che quando risulta un esponente nullo, nel risultato possiamo omettere tale lettera. (Perché ogni numero diverso da 0 elevato alla 0 e' uguale a 1, ricorda che per convenzione: $a^0 = 1 \quad \forall\ a \in \Re - \{0\}$) ; dal secondo esempio possiamo notare che l'utilizzo della seconda proprietà delle potenze nel campo dei numeri Reali porta talvolta ad ottenere esponenti negativi ; ricordando la definizione di potenza con esponente negativo si può comprendere il significato del risultato.

POTENZA.

10) <u>DEFINIZIONE DI POTENZA DI UN MONOMIO</u>: La potenza di un monomio e' un monomio che ha per coefficiente la potenza del coefficiente e per parte letterale la potenza della parte letterale, cioè le medesime lettere del monomio dato con esponente ottenuto applicando la terza proprietà delle potenze.

(P3 : $\left(a^m\right)^n = a^{m\cdot n} \quad \forall\ a, m, n \in \Re - \{0\}$ **)**

es.: $\left(-5x^3y^2z\right)^3 = (-5)^3\left(x^3\right)^3\left(y^2\right)^3(z)^3 = -125x^9y^6z^3 \quad ;$